

# Resolución de ecuaciones

## 1. LECTURA COMPRENSIVA

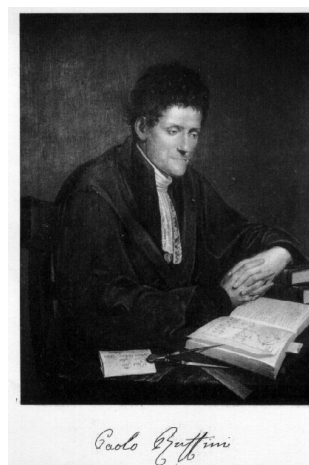
En este tema podríamos proponer un trabajo biográfico sobre Ruffini, Paolo (1765-1822) con el siguiente esquema:

Apuntes biográficos:

1. Detalles históricos y geográficos.
2. Aportación a las matemáticas.
3. Otras aportaciones.

Una página web interesante es la siguiente:

<http://www.ebiografias.com>



## 2. LO QUE VAMOS A ENSEÑAR

### EN BUSCA DEL CONOCIMIENTO. SABER PARA CONOCER

#### *Trabajando el conocimiento*

Para el desarrollo de las clases podemos utilizar el siguiente guión:

#### 1. Ecuaciones

Una ecuación es una expresión algebraica con incógnitas.

Aparecen en los problemas científicos:

- Tenemos unos datos
- Necesitamos calcular ciertos valores desconocidos (incógnitas)
- Conocemos unas fórmulas o relaciones entre los datos y las incógnitas (ecuaciones)

Un ejemplo que puede ser interesante para empezar:

Proponemos la sucesión de Fibonacci:

1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	91	...
---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	-----

Y planteamos cómo completar los huecos para que sigan la misma ley:

2									131
---	--	--	--	--	--	--	--	--	-----

La solución sería:

2	x	2 + x	2 + 2x	4 + 3x	6 + 5x	10 + 8x	16 + 13x	131
---	---	-------	--------	--------	--------	---------	----------	-----

Con lo que  $131 = 26 + 21x$ . Y de aquí se despeja 'x'

#### 2. Ecuaciones polinómicas

Aquellas cuya expresión es un polinomio. Las soluciones coinciden con las raíces o ceros del polinomio, por lo tanto utilizaremos la fórmula de 2º grado o la regla de Ruffini según proceda.

De entrada podemos proponer los siguientes ejemplos:

$$x^2 - 5x + 6 = 0; \quad x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0; \quad x^5 - 4x^4 + 5x^3 - 2x^2 = 0$$

Un caso particular son las bicuadradas que se pueden resolver mediante un cambio de variable  $x^2 = t$

Un ejemplo:  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

### 3. Ecuaciones racionales

Aquellas cuya expresión está formada por fracciones algebraicas.

Para resolverlas reduciremos a común denominador en cada miembro y después multiplicamos en cruz.

Por ejemplo,  $\frac{2x-3}{x-1} - \frac{x+2}{x+3} = \frac{1}{5}$

### 4. Ecuaciones irracionales

En las que la incógnita está dentro de alguna raíz.

Para resolverlos iremos dejando sola la raíz en un miembro y elevando a la potencia adecuada hasta que eliminemos todas las raíces. En este caso es necesario comprobar los resultados obtenidos porque se suelen introducir soluciones falsas al hacer la potencia de la raíz.

Los ejemplos de partida podrían ser:

$$3 + \sqrt{2x-5} = x-1; \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{x+1} = 1$$

### 5. Ecuaciones exponenciales

En este caso la incógnita aparece en el exponente.

Distinguiremos dos tipos:

a. Los dos miembros de la ecuación se pueden poner como potencias de igual base.

Ejemplos.  $3^{1-x^2} = \frac{1}{27}$ ;  $4^{x-1} = 2^{x+2}$ ;  $5^{x^2-1} = 1$ ;  $5 \cdot 7^{-x} = 35$

b. Los dos miembros no se pueden expresar como potencias de igual base. Entonces aplicamos logaritmos.

Ejemplos.  $2^x = 5$ ;  $5^{x-2} - 3^x = 0$

### 6. Ecuaciones logarítmicas

La incógnita aparece como argumento de un logaritmo.

Para resolverlas aplicaremos las propiedades de los logaritmos hasta conseguir un logaritmo en un miembro o uno en cada miembro y después despejar convenientemente.

Ejemplos.

$$\log x + \log 50 = 3; \quad 5 \log_2(x+3) = \log_2 32; \quad 2 \log x - \log(x+6) = 3 \log 2$$

### 7. Resolución de problemas

Para resolver los problemas seguiremos tres pasos:

1. Localizar la incógnita.
2. Plantear la ecuación y resolverla. Es decir, pasar a lenguaje algebraico el enunciado.
3. Interpretar y redactar la solución.

Ejemplos de partida:

1. La suma de tres números consecutivos es 18. ¿De qué números se trata?
2. En el bolsillo tengo 14€ en monedas de 0'50; 1 y 2 euros. Si tengo el mismo número de monedas de cada tipo ¿cuál es la cantidad de monedas que tengo?
3. Un artículo cuesta 2'54€ con el 16% de IVA incluido. ¿Cuál es su precio sin IVA?
4. Una población crece a un ritmo continuo del 10% anual. Si en la actualidad hay 5000 habitantes, ¿cuántos años necesita para duplicarse?

Un vídeo interesante sería *Cielo nocturno*

<http://www.youtube.com/watch?v=n6SK7MwLvas>

Antes de la observación del vídeo sería interesante aclarar ciertos conceptos:

1. Estrellas, planetas.
2. Constelación.
3. Septentrional. Meridional
4. Vía Láctea.
5. Cúmulos.

Como actividad de este vídeo podemos proponer confeccionar a cada chico un planisferio en cartulina de 180 gramos.

Tan sólo tenemos que darles imprimido lo que encontramos en esta página web y proponerles su construcción.

<http://www.eurocosmos.net/pages/planisferio.pdf>

Como hay que recortar figuras curvas, circulares les podemos dar alguna instrucción. Por ejemplo hacerlo con cuidado con una punta bien afilada de un compás, incluso utilizando un compás con dos agujas.

Finalmente podemos quedar alguna tarde que haya anochecido y no haya Luna y hacer una observación con ellos.

Creo que es muy interesante y educativo que aprendan a distinguir en el cielo las estrellas que observan.

Otro lugar, pero me parece más complicado de hacer:

<http://www.if.ufrgs.br/ast/plan/home.htm>

Otra dirección que también es muy buena:

<http://www.elcielodelmes.com/Planisferioelcielodelmes.php>

Se puede proponer también que un par de alumnos por tema expongan en tres minutos ante sus compañeros los temas siguientes:

1. La biografía del tema.
2. Una síntesis de la proyección.

En esta parte se pueden ir dando apuntes sobre cómo hablar en público destacando cada día un aspecto.

### ***Ejercicios prácticos para asentar el concepto***

Sería suficiente seleccionar algunos de los que vienen en cualquier libro de texto.

Trabajo sobre la biografía de un matemático según se indica más arriba.

Ejercicios utilizando el programa *wiris*. Es un programa de cálculo bastante bueno y sencillo. Con el libro de Bruño viene una versión libre. También se puede utilizar en [www.wiris.com](http://www.wiris.com)

En el libro de Bruño, al final de cada capítulo, vienen unos ejercicios utilizando el programa *wiris*. Se pueden proponer algunos de los ejercicios que hayamos utilizado para resolver con el programa.

Se puede utilizar *online* en las siguientes direcciones:

<http://herramientas.educa.madrid.org/wiris/>

<http://www.wiris.com/demo/es/>

## **COMPETENCIAS BÁSICAS DE LA PROPIA ASIGNATURA. SABER PARA APLICAR**

(Aplicabilidad personal, familiar, social, cultural,...)

- Interpretación y utilización del lenguaje algebraico y de las ecuaciones en diferentes con-textos, eligiendo la notación más adecuada para cada caso.
- Formulación verbal de problemas algebraicos, de los términos en que se plantean y del proceso y cálculos utilizados para resolverlos, confrontándolos con otros posibles.
- Utilización de los procedimientos tradicionales de resolución de ecuaciones de primer grado, segundo grado, bicuadradas, racionales, irracionales, exponenciales y logarítmicas.
- Utilización de la calculadora y del ordenador u otros instrumentos de cálculo para la realización de cálculos algebraicos, decidiendo sobre la conveniencia de usarla en función de la complejidad de los cálculos y de la exigencia de exactitud en los resultados.
- Identificación de problemas de ecuaciones diferenciando los elementos conocidos de los que se pretende conocer y los relevantes de los irrelevantes.
- Decisión sobre qué ecuaciones y operaciones son adecuadas en la resolución de problemas algebraicos.
- Formulación de conjeturas sobre situaciones y problemas ecuaciones, y comprobación de las mismas mediante el uso de ejemplos y contraejemplos, el método de ensayo y error, etc. Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje algebraico para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones.
- Incorporación del lenguaje y del cálculo algebraico a su patrimonio cultural.
- Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas y realizar cálculos.
- Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas algebraicos. Adquisición de hábitos de pensamiento intuitivo, analítico y creativo.
- Sensibilidad y gusto por la presentación ordenada y clara del proceso seguido y de los resultados obtenidos en problemas y cálculos algebraicos. Adquisición de hábitos de pensamiento ordenado y riguroso.

## **COMPETENCIAS BÁSICAS COMO EJERCICIO TRANSVERSAL DENTRO DE LA UNIDAD**

### ***1. Competencia en comunicación lingüística***

A través de los trabajos sobre la biografía de un matemático y la redacción sobre la visualización del vídeo que se exponen más arriba.

Usar el lenguaje simbólico para describir y manipular problemas científicos.

Por medio de la exposición oral en el aula del trabajo sobre la biografía y la del vídeo.

### ***2. Competencia matemática***

Ya viene desarrollada más arriba.

### **3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico**

En el desarrollo de la unidad el vídeo que se propone presenta una perspectiva muy interesante del aspecto nocturno del cielo y cómo lograr situarse y localizar las diferentes constelaciones y estrellas.

Los problemas del tema son especialmente interesantes para presentar distintos ámbitos del conocimiento científico y del mundo así como la forma de abordarlos y resolverlos.

La elaboración del planisferio despierta notablemente su mente para entender los movimientos estelares así como la representación de los mismos.

### **4. Tratamiento de la información y competencia digital**

La lectura del libro de texto, la consulta de internet en la página reseñada más arriba, el visionado del vídeo suponen un tratamiento de la información por las actividades que se proponen.

La utilización de internet para recabar información y del programa *wiris* son dos desarrollos interesantes de la competencia digital.

### **5. Competencia social y ciudadana**

Esto lo cultivaremos por los momentos de trabajo en clase. Trabajo en equipo con su compañero, exposición de preguntas o sugerencias,... Los debates después de visionar el vídeo.

La observación nocturna es un buen momento para desarrollar hábitos sociales.

### **6. Competencia cultural y artística**

La biografía del matemático que se trabaja es una ventana a una época y a un lugar histórico.

La contemplación y estudio del firmamento en el vídeo y planisferio es una fuente para el enriquecimiento cultural y la sensibilidad artística.

### **7. Competencia para aprender a aprender**

La utilización del programa *wiris* requiere un grado de labor autodidacta. También la utilización del libro de texto para resolver dudas y la consulta en internet.

Lo mismo se entiende en la confección y uso del planisferio.

### **8. Autonomía e iniciativa personal**

Sobre todo en la elaboración de los trabajos que tienen su parte abierta y facilitan la investigación personal así como la exposición de la propia percepción de las cosas.

## **3. EVALUACIÓN**

### **EVALUACIÓN COMÚN DEL SABER PARA CONOCER**

La realización de un ejercicio sobre los conocimientos parece el núcleo de nuestra evaluación.

Parece que este apartado no ofrece mayor problema. Tendríamos que seleccionar ejercicios teóricos y prácticos de cada uno de los apartados del guión previsto. Podríamos evaluar los siguientes conocimientos:

1. Utiliza los conceptos, procedimientos y terminología de las ecuaciones con propiedad.
2. Resuelve ecuaciones de primer grado con paréntesis y con denominadores.
3. Resuelve ecuaciones de segundo grado.
4. Resuelve ecuaciones polinómicas y bicuadradas.
5. Resuelve ecuaciones racionales.

6. Resuelve ecuaciones irracionales.
7. Resuelve ecuaciones exponenciales.
8. Resuelve ecuaciones logarítmicas.
9. Resuelve problemas de ecuaciones.

### **EVALUACIÓN DE LAS COMPETENCIAS BÁSICAS DE SABER PARA APLICAR**

La selección de algunos problemas que estén relacionados con los contenidos anteriores.

### **NOTA.-**

Algunas ideas están tomadas del material para el profesor de la editorial BRUÑO.